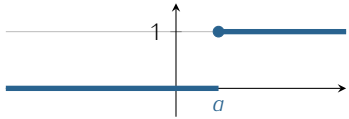




23

PROBABILITÉS

LOIS DISCRÈTES USUELLES

NOM ET NOTATION	$X(\Omega)$	LOI DE PROBABILITÉ	ESPÉRANCE ET VARIANCE	CONTEXTE ET REMARQUES	PYTHON...
Certaine égale à a $a \in \mathbb{R}$	$\{a\}$	$\mathbb{P}([X = a]) = 1$ $\forall x \neq a, \mathbb{P}([X = x]) = 0$	$\mathbb{E}(X) = a$ $\mathbb{V}(X) = 0$	Variable aléatoire constante. Remarques : • si $\mathbb{V}(X) = 0$, alors X est quasi-certaine ($\exists a \in X(\Omega) / \mathbb{P}([X = a]) = 1$). • Fonction de répartition : $\forall x \in \mathbb{R}, F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < a \\ 1 & \text{si } x \geq a \end{cases}$ Courbe de F_X : 	
Uniforme sur $\llbracket 1; n \rrbracket$ $n \in \mathbb{N}^*$ $X \hookrightarrow \mathcal{U}(\llbracket 1; n \rrbracket)$	$\llbracket 1; n \rrbracket$	$\forall k \in \llbracket 1; n \rrbracket,$ $\mathbb{P}([X = k]) = \frac{1}{n}$	$\mathbb{E}(X) = \frac{n+1}{2}$ $\mathbb{V}(X) = \frac{n^2-1}{12}$	X prend de manière équiprobable les valeurs de $\llbracket 1; n \rrbracket$.	rd.randint(1,n+1) renvoie une réalisation d'une variable aléatoire suivant la loi $\mathcal{U}(\llbracket 1; n \rrbracket)$
Uniforme sur $\llbracket a; b \rrbracket$ $a, b \in \mathbb{N}, a < b$ $X \hookrightarrow \mathcal{U}(\llbracket a; b \rrbracket)$	$\llbracket a; b \rrbracket$	$\forall k \in \llbracket a; b \rrbracket,$ $\mathbb{P}([X = k]) = \frac{1}{b-a+1}$	$\mathbb{E}(X) = \frac{a+b}{2}$ $\mathbb{V}(X) = \frac{(b-a+1)^2-1}{12}$	X prend de manière équiprobable les valeurs de $\llbracket a; b \rrbracket$.	rd.randint(a,b+1) renvoie une réalisation d'une variable aléatoire suivant la loi $\mathcal{U}(\llbracket a; b \rrbracket)$

NOM ET NOTATION	$X(\Omega)$	LOI DE PROBABILITÉ	ESPÉRANCE ET VARIANCE	CONTEXTE ET REMARQUES	PYTHON...
de Bernoulli de paramètre p $p \in]0; 1[$ $X \hookrightarrow \mathcal{B}(p)$	$\{0; 1\}$	$\mathbb{P}([X = 0]) = 1 - p$ $\mathbb{P}([X = 1]) = p$	$\mathbb{E}(X) = p$ $\mathbb{V}(X) = p(1 - p)$	✓ Expérience (épreuve de Bernoulli) : seulement 2 issues, un succès de probabilité et un échec. ✓ X associe 1 au succès et 0 à l'échec. Remarque : si $X \hookrightarrow \mathcal{B}(p)$, alors $X^2 = X$	rd.binomial(1,p) renvoie une réalisation d'une variable aléatoire suivant la loi $\mathcal{B}(p)$; ou le programme ci-dessous : <pre> 1 def bernoulli(p): 2 if rd.random() < p: 3 return 1 4 else : 5 return 0 </pre>
Binomiale de paramètres n et p $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in]0; 1[$ $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n; p)$	$\llbracket 0; n \rrbracket$	$\forall k \in \llbracket 0; n \rrbracket,$ $\mathbb{P}([X = k]) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$	$\mathbb{E}(X) = np$ $\mathbb{V}(X) = np(1 - p)$	✓ Expérience : • n répétitions indépendantes de la même épreuve de Bernoulli dont le succès "..." est de probabilité p • ou succession de n épreuves de Bernoulli indépendantes et de même paramètre p (si les épreuves ne sont pas identiques) ✓ X compte le nombre de succès.	rd.binomial(n,p) renvoie une réalisation d'une variable aléatoire suivant la loi $\mathcal{B}(n; p)$; ou le programme ci-dessous : <pre> 1 def binomiale(n,p): 2 x=0 3 for k in range(n): 4 if rd.random() < p: 5 x=x+1 6 return x </pre>
Géométrique de paramètre p $p \in]0; 1[$ $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$	$\mathbb{N}^*$	$\forall k \in \mathbb{N}^*,$ $\mathbb{P}([X = k]) = (1 - p)^{k-1} p$	$\mathbb{E}(X) = \frac{1}{p}$ $\mathbb{V}(X) = \frac{1 - p}{p^2}$	✓ Expérience : • infinité de répétitions indépendantes de la même épreuve de Bernoulli dont le succès "..." est de probabilité p • ou succession d'une infinité d'épreuves de Bernoulli indépendantes et de même paramètre p (si les épreuves ne sont pas identiques) ✓ X donne le rang du premier succès.	rd.geometric(p) renvoie une réalisation d'une variable aléatoire suivant la loi $\mathcal{G}(p)$; ou le programme ci-dessous : <pre> 1 def geometrique_bis(p): 2 t=rd.random() 3 x=1 4 while t < 1-p: 5 t=rd.random() 6 x=x+1 7 return x </pre>
de Poisson de paramètre λ $\lambda > 0$ $X \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda)$	$\mathbb{N}$	$\forall k \in \mathbb{N},$ $\mathbb{P}([X = k]) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$	$\mathbb{E}(X) = \lambda$ $\mathbb{V}(X) = \lambda$	X représente souvent le nombre d'apparitions d'un phénomène rare. <i>Pas de panique, l'énoncé mentionnera toujours quand il s'agira d'une loi de Poisson !</i>	rd.poisson(a) renvoie une réalisation d'une variable aléatoire suivant la loi $\mathcal{P}(a)$

Toutes les commandes **Python** peuvent prendre un argument supplémentaire pour obtenir, dans un tableau à une ligne et N colonnes, N réalisations indépendantes d'une loi donnée.
On écrit alors **rd.... (... ,N)**.